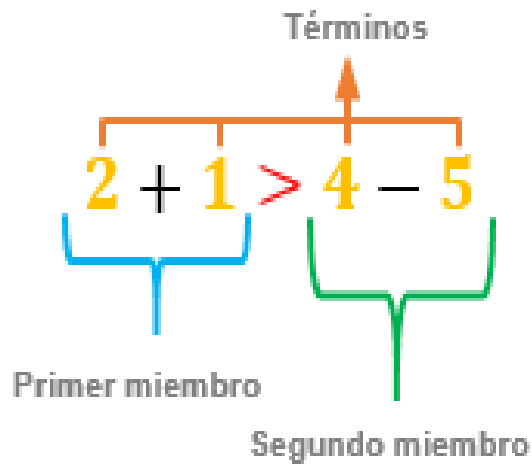


Correo: normaisabel272@gmail.com

REPÚBLICA DE PANAMÁ
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN REGIONAL DE PANAMÁ OESTE
CENTRO EDUCATIVO GUILLERMO ENDARA GALIMANY
MODULO BASADO EN TEXTO COGNITIVO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MATEMÁTICA 12º Comercio

Desigualdades



Profesora:

Norma J. Sosa

Correo: normaisabel272@gmail.com

Unidades de Aprendizaje

➤ **Desigualdades**

- ✓ **Concepto**
- ✓ **Clases de Desigualdades**
- ✓ **Resolución de Inecuaciones o Desigualdades de primer grado con una incógnita.**
- ✓ **Inecuaciones Simultáneas**
- ✓ **Desigualdades Cuadráticas**

Tema # 1

Matemática de 12° Comercio

Desigualdades

Una desigualdad es una relación que establece una comparación entre dos cantidades que no son iguales.

I. Clases de Desigualdades

1) Desigualdad Absoluta o idéntica

Desigualdad *absoluta* es aquella que se verifica para cualquier valor que se atribuya a las literales que figuran en ella. Por ejemplo: $x^2 + 1 > x$

2) Desigualdad Condicional o inecuación

Desigualdad *condicional* es aquella que sólo se verifica para ciertos valores de las literales. Por ejemplo: $3x - 15 > 0$ que solamente satisface para $x > 5$. En este caso se dice que 5 es el límite de x .

Las desigualdades condicionales se llaman *inecuaciones*

II. Desigualdad y la Recta numérica

Dependiendo de la naturaleza de la desigualdad de primer grado, y si x_1 es el valor límite de x , se pueden tener cuatro casos de solución:

$x > x_1$ significa que la solución son todos los números reales que están a la derecha de x_1 sin incluirlo.

$x \geq x_1$ significa que la solución son todos los números reales que están a la derecha de x_1 incluyéndolo.

$x < x_1$ significa que la solución son todos los números reales que están a la izquierda de x_1 sin incluirlo.

$x \leq x_1$ significa que la solución son todos los números reales que están a la izquierda de x_1 incluyéndolo.

El conjunto de soluciones para una desigualdad, lo podemos expresar en notación de intervalos, o en notación de conjuntos.

Clase de intervalo	Notación de intervalo	Notación de conjunto	Gráfica
Intervalo abierto	(a, b)	$a < x < b$	
Intervalo cerrado	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$	
Intervalos semi abiertos	$[a, b)$	$a \leq x < b$	
Intervalos semi abiertos	$(a, b]$	$a < x \leq b$	
Intervalo infinito	$[a, \infty)$	$x \geq a$	
	$(-\infty, b)$	$x < b$	
	$(-\infty, b]$	$x \leq b$	

Ejemplo:

Clase de intervalo	Notación de intervalo	Notación de conjunto	Gráfica
Intervalo semiabierto	$(-4, 3]$	$-4 < x \leq 3$	
Intervalo infinito	$(-\infty, 5]$	$x \leq 5$	
Intervalo cerrado	$[-2, 0]$	$-2 \leq x \leq 0$	

III. Propiedades de las desigualdades

Las inecuaciones son desigualdades entre expresiones algebraicas. A diferencia de las ecuaciones, que sólo se verifican para algunos valores de la variable, las inecuaciones tienen infinitas soluciones.

El procedimiento para resolver una inecuación de primer grado es similar al de las ecuaciones, sólo que deben tenerse en cuenta las propiedades de las desigualdades que son las siguientes:

- I. Una desigualdad no cambia de sentido cuando se añade o se resta un mismo número a cada miembro.
- II. Una desigualdad no cambia de sentido cuando se multiplican sus dos miembros por un mismo factor positivo, o se dividen por un mismo divisor, también positivo.
- III. Una desigualdad cambia de sentido cuando se multiplican sus dos miembros por un mismo factor negativo, o se dividen por un mismo divisor, también negativo.

IV. Resolución de Inecuaciones o desigualdades de primer grado con una incógnita

Las desigualdades de primer grado (lineales), se pueden resolver de una manera similar que las ecuaciones lineales. Es decir, se puede despejar la incógnita utilizando operaciones idénticas en ambos lados de la desigualdad.

Como veremos en los ejemplos, es necesario tomar en cuenta una diferencia muy importante, pues cuando se multiplica una desigualdad por algún valor negativo, la dirección de la desigualdad se invierte, es decir, de *menor que* cambia a *mayor que* y viceversa.

Ejemplo

$$1) 3x - 5 \geq 5x + 15$$

Sumamos 5 a los dos lados de la desigualdad

$$3x - 5 + 5 \geq 5x + 15 + 5$$

$$3x \geq 5x + 20$$

Restamos 5x en ambos lados

$$3x - 5x \geq 5x + 20 - 5x$$

$$-2x \geq 20$$

Multiplicamos ambos lados por $-1/2$ *

$$-1/2(-2x) \leq -1/2(20)$$

$$x \leq -10$$

V. Inecuaciones Simultáneas

Dos desigualdades o inecuaciones que tienen soluciones comunes reciben el nombre de desigualdades simultáneas.

Ejemplos.

Resolver las siguientes inecuaciones simultáneas.

$$1) \left. \begin{array}{l} 5x - 4 > 12 - 3x \\ 7x + 9 > 34 + 2x \end{array} \right\}$$

Solución.

Resolviendo la primera inecuación:

$$5x + 3x > 12 + 4$$

$$8x > 16$$

$$x > \frac{16}{8}$$

$$x > 2$$

Resolviendo la segunda inecuación:

$$7x + 9 > 34 + 2x$$

$$5x > 25$$

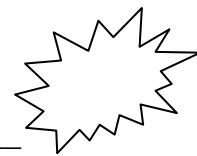
$$x > \frac{25}{5}$$

$$x > 5$$

Taller # 2 Desigualdades

Integrantes: _____

Valor: 30 pts.
Fecha: _____



Nivel: 12° _____ Comercio

Complete el siguiente cuadro, con la clasificación y las diferentes representaciones de las desigualdades, guiándose de la información de los cuadros anteriores

I. Resuelvo las siguientes inecuaciones. Expreso el resultado en notación de intervalos.

Haga la gráfica

1) $2(2x + 3) - 10 < 6(x - 2)$

6) $\frac{x}{6} - \frac{3x+2}{3} < \frac{x+2}{2}$

2) $\frac{2}{3}(x + 7) - \frac{x}{4} > \frac{1}{2}(3 - x) + \frac{x}{6}$

7) $4(x + 1) + 3x(x+2) > (3x + 1)(x + 2)$

3) $\frac{5}{9}(x - 3) - \frac{4}{3}(x - 3) \geq x - 1$

8) $3(x^2 + 2) - (x - 5)(3x + 2) < 6(2x + 5)$

4) $5(x + 1) + 4(x + 3) < 3(x - 1)$

9) $(2x - 3)^2 + 4x^2(x - 7) < 4(x - 2)^3$

5) $\frac{x}{5} - \frac{2x-1}{3} > \frac{x-3}{3}$

10) $\frac{3}{4}(2x + 3) - \frac{4}{5}(x + 4) \geq \frac{5}{6}(x-2)$

II. Resuelvo los siguientes sistemas de desigualdades simultáneas

1) $\begin{cases} y - 4 \leq 3y + 16 \\ 2y + 5 \geq y + 10 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2(y - 4) \leq 3(y + 2) \\ 4(y + 5) \geq 4(y + 5) \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x - 5 \leq x + 10 \\ 2x + 25 \geq x + 15 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3(y - 6) \leq 5(y + 2) \\ 6(y + 4) \geq 12(y + 5) \end{cases}$

3) $\begin{cases} 4y - 4 \leq y + 25 \\ 2y + 3 \geq y + 13 \end{cases}$

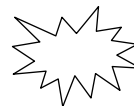
Escala valorativa para Taller de Las Desigualdades

Matemática 12° _____ Comercio

Total de puntos: 30 Nota final: _____

Integrantes: _____ , _____

Desarrollo / procedimiento de cada problema de la prueba		
Indicador	Valor	Puntos
Puntualidad	4	
Análisis del problema (identificación de variables y método a utilizar)	4	
Planteamiento del problema (fórmulas)	4	
Desarrollo / procedimiento	10	
Análisis de resultados (razonamiento matemático) (gráfica)	4	
Limpieza y orden	4	
Total	30	



Tema # 2

Matemática de 12° Comercio

Desigualdades Cuadráticas

Las desigualdades cuadráticas se resuelven utilizando los métodos de solución de ecuaciones cuadráticas.

Se llaman desigualdades cuadráticas o de segundo grado con una incógnita a aquellas desigualdades o inecuaciones enteras de grado dos tales que sean equivalentes a una inecuación de una de las formas siguientes.

- 1. $ax^2 + bx + c > 0$
- 2. $ax^2 + bx + c < 0$
- 3. $ax^2 + bx + c \geq 0$
- 4. $ax^2 + bx + c \leq 0$

donde a, b y c son números reales conocidos, siempre que $a \neq 0$ y la variable x es la incógnita. Para resolver una desigualdad cuadrática se usan los conceptos de número crítico y número de prueba.

Un número crítico de la desigualdad cuadrática es una raíz real de la ecuación cuadrática.

Ejemplo:

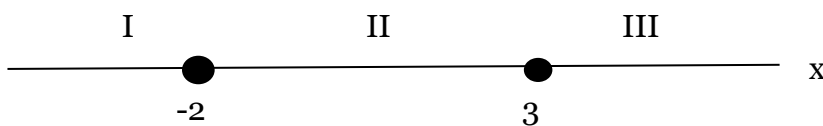
1) $x^2 < x + 6$
 $x^2 - x - 6 < 0$ transposición de términos para el miembro izquierdo
 $(x-3)(x+2) < 0$ factorizando el miembro izquierdo

La desigualdad es verdadera cuando ambos factores tienen signos contrarios y su producto es negativo.

Los valores que hacen cero la desigualdad reciben el nombre de valores críticos y son los siguientes:

$$\begin{array}{ccc} x - 3 = 0 & \text{y} & x + 2 = 0 \\ x = 3 & & x = -2 \end{array}$$

Para referencia se ubican los puntos correspondientes en un eje real como en la figura a continuación



Estos puntos dividen el eje en tres partes y determinan los siguientes intervalos

$$x < -2 \quad , \quad -2 < x < 3 \quad \text{y} \quad x > 3$$

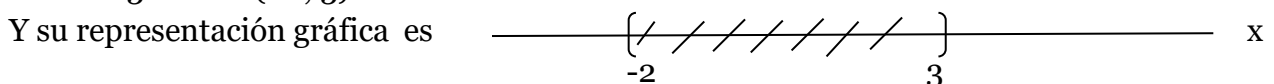
La solución se obtiene examinando los signos de la desigualdad a ambos lados de los valores críticos.

Es conveniente tabular los resultados como sigue:

Intervalos	Valor de prueba	Signo de $x - 3$	Signo de $x + 2$	Signo de $(x - 3)(x + 2)$
$x < -2$	-3	-	-	+
$-2 < x < 3$	0	-	+	-
$x > 3$	4	+	+	+

El signo encerrado en círculo indica el intervalo solución de la desigualdad.

$-2 < x < 3$ o $(-2, 3)$



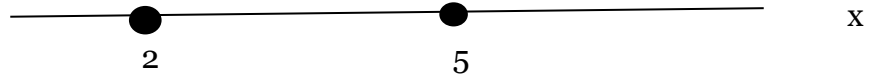
2) Resuelva $x^2 > 7x - 10$

Solución

$$x^2 - 7x + 10 > 0$$

$$(x - 2)(x - 5) > 0$$

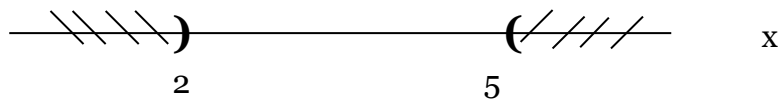
$$x = 2 \text{ y } x = 5$$



Intervalos	Valor de prueba	Signo de $x - 3$	Signo de $x + 2$	Signo de $(x - 3)(x + 2)$
$x < 2$	0	-	-	⊕
$2 < x < 5$	3	+	-	-
$x > 5$	6	+	+	⊕

Los signos encerrados en un círculo indican la solución.

$x < 2$ 0 $x > 5$ 0 $(-\infty, 2) \cup (5, \infty)$ y la grafica correspondiente es



Práctica

1. $4x^2 + 3x + 2 < 0$

2. $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

3. $x^2 + 7x \leq 0$

4. $x^2 - 16 < 0$

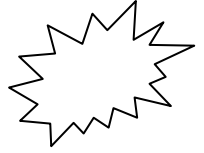
Taller # 3

Desigualdades Cuadráticas

Nombre: _____

Valor: 30 pts.

Fecha: _____



Nivel: 12° _____ Comercio

Complete el siguiente cuadro, con la clasificación y las diferentes representaciones de las desigualdades, guiándose de la información de los cuadros anteriores

I. Resuelvo las siguientes inecuaciones. Expreso el resultado en notación de intervalos.

Haga la gráfica

1) $x(2x + 3) > 5$

4) $(2x - 7)(3x + 5) > 0$

2) $3x^2 + 10x \geq 8$

5) $y^2 > 16$

3) $x^2 < 10 - 3x$

6) $3x^2 + 2x + 2 < 2x^2 + x + 4$

Escala valorativa para Taller de Las Desigualdades Cuadráticas

Matemática 12° _____ Comercio

Total de puntos: 30 Nota final: _____

I

Desarrollo / procedimiento de cada problema de la prueba		
Indicador	Valor	Puntos
Puntualidad	4	
Análisis del problema (identificación de variables y método a utilizar)	4	
Planteamiento del problema (fórmulas)	4	
Desarrollo / procedimiento	10	
Análisis de resultados (razonamiento matemático) (gráfica)	4	
Limpieza y orden	4	
Total	30	



Fecha de Entrega de talleres

**Taller # 1 y Taller # 2: Asignados previamente. (Grupo de 2 estudiantes
Fecha de entrega final: 20 de Marzo de 2020**

Taller # 3 Individual. Fecha de entrega: 25 de Marzo de 2020