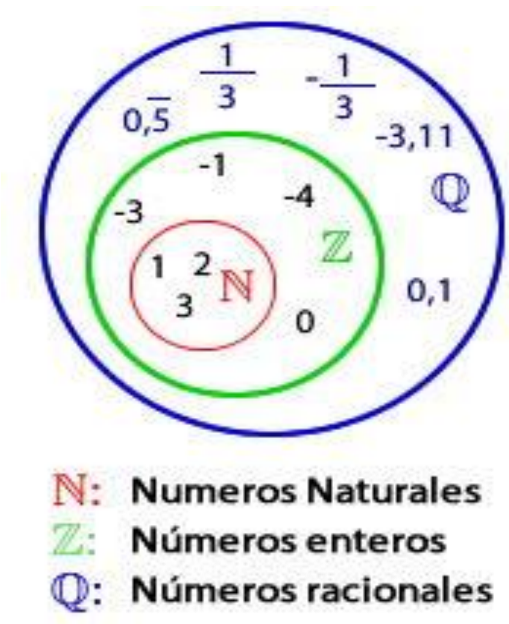
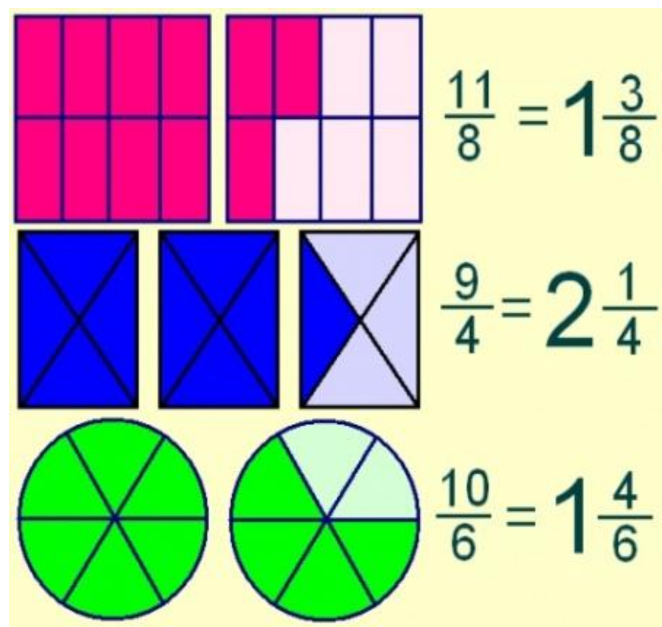
REPÚBLICA DE PANAMÁ
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN REGIONAL DE PANAMÁ OESTE
CENTRO EDUCATIVO GUILLERMO ENDARA GALIMANY
MODULO BASADO EN TEXTO COGNITIVO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MATEMÁTICA 10º Comercio





Profesora:
Norma I. Sosa
Correo: normaisabel272 @gmail.com

Unidades de Aprendizaje

- **Los Números Racionales**
  - ✓ **Definición, denotación y conjunto**
  - ✓ **Representación de los números racionales.**
  - ✓ **Escritura como razón y como decimal.**
  - ✓ **Suma, Resta, multiplicación y división**
  - ✓ **Potencias y raices con números racionales**

Tema Nº 1

El Conjunto de los Números Racionales (Q)

Llamamos números racionales al conjunto formado por todos los números enteros y todos los fraccionarios se lo designa por Q y se lo denomina conjunto de los ***números racionales***

Número racional es el que se puede expresar como cociente de dos números enteros, es decir, en forma de fracción. Los números enteros son racionales, pues se pueden expresar como cociente de ellos mismos por la unidad: $a = a/1$.
Los números racionales pueden sumarse, restarse, multiplicarse y dividirse y el resultado es un número racional.
Los números racionales sirven para expresar medidas, ya que al comparar una cantidad con su unidad el resultado es, frecuentemente, fraccionario. Al expresar un número racional, no entero, en forma decimal se obtiene un número decimal exacto o bien un número decimal periódico.
Si la fracción es irreducible y en la descomposición factorial del denominador sólo se encuentran los factores 2 y 5, entonces la fracción es igual a un número decimal exacto, pero si en el denominador hay algún factor distinto de 2 o 5 la expresión decimal es periódica; por ejemplo:

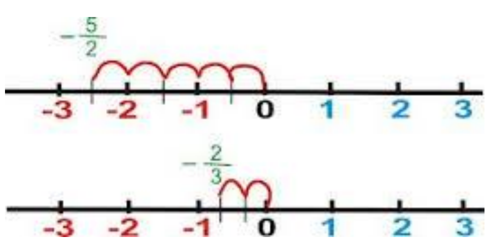
$\frac{7}{5} = 1,2$ Decimal exacto

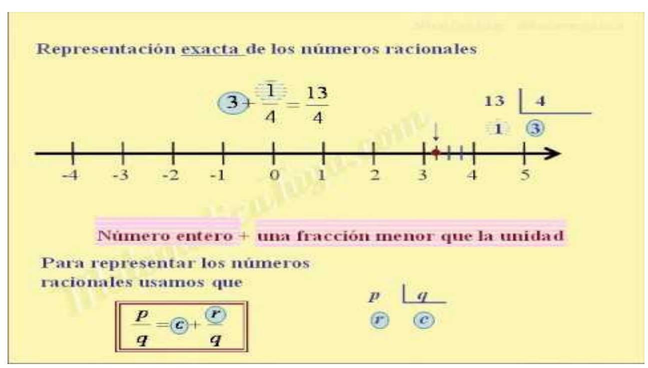
$\frac{15}{7} = 2,\widehat{142857}$ Decimal periódico

$\frac{71}{60} = 1,18\hat{3}$ Decimal periódico

COMPARACIÓN

Toda fracción positiva es mayor que cualquier fracción negativa. Si las fracciones tienen igual denominador será mayor aquella cuyo numerador sea mayor. Si tienen distinto denominador se comparan las fracciones equivalentes a las dadas con igual denominador.



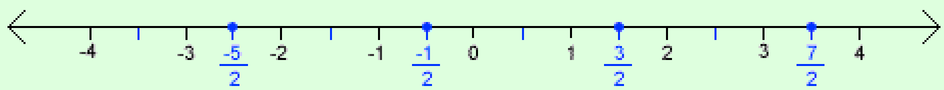


Ejemplo

Represente en la recta numérica los siguientes números racionales:

a. $\frac{3}{2}$ b. $\frac{7}{2}$ c. $\frac{-1}{2}$ d. $\frac{-5}{2}$

Solución:



SUMA y RESTA DE NÚMEROS RACIONALES

La suma de dos números racionales es otro número racional.
Sumar y restar fracciones con igual denominador es muy sencillo. El resultado tendrá por numerador a la suma o resta de los numeradores y el denominador será el mismo.
Si las fracciones no tienen el mismo denominador, se sustituyen por fracciones equivalentes con igual denominador (determinamos un denominador común). Luego se opera de la misma manera que en el cálculo anterior.

Con el mismo denominador **Con distinto denominador**

Ejemplos: Ejemplos:

$$\frac{5}{7}+\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$$

$$\frac{5}{7}-\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$$

$$\frac{5}{4}+\frac{1}{6}=\frac{15+2}{12}=\frac{17}{12}$$

$$\frac{5}{4}-\frac{1}{6}=\frac{15-2}{12}=\frac{13}{12}$$

Multiplicación de números racionales

El producto entre dos o más números racionales es otro número racional, cuyo numerador y denominador son los productos de los numeradores y denominadores de cada uno de los factores. Veamos un ejemplo:

a) $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2}=\frac{4\cdot3}{5\cdot2}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$

b) $\frac{4}{3}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{4\times5\times1}{3\times6\times2}=\frac{20}{36}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$

Para operar más sencillamente conviene simplificar. En la multiplicación entre fracciones se puede simplificar cualquier numerador con cualquier denominador.
En la multiplicación también existe un elemento inverso que da como resultado una unidad, tomando en cuenta que los números enteros también son números racionales si se los expresa como fracción, para explicarlo mejor, se ofrece algunos ejemplos:

a) $\frac{1}{3}\times3=\frac{1}{3}\times\frac{3}{1}=\frac{3}{3}=1$ b) $\frac{5}{7}\times\frac{7}{5}=\frac{35}{35}=1$

Correo: normaisabel272 @ gmail.com

División de números racionales

Para dividir dos números racionales, se multiplica al dividendo (primera fracción) por el inverso del divisor (segunda fracción), es decir a la primera fracción se la multiplica por la segunda fracción invertida. Veamos un ejemplo:

a) $\frac{2}{5} \div \frac{3}{2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$

No te olvides que aquí también se respeta la regla de los signos y si es posible hay que simplificar la fracción obtenida.

$$\frac{4}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{4 \times 5}{2 \times 3} = \frac{8}{12}$$

Práctica

I. Suma los siguientes números racionales.

1) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8}$

2) $\frac{2}{7} + \frac{1}{2} + \frac{3}{5}$

3) $\frac{-3}{5} + \frac{-1}{5} + \frac{-4}{5}$

4) $-\frac{1}{19} + \frac{-3}{19} + \frac{-4}{19}$

5) $\frac{-4}{5} + \frac{-5}{6} + \frac{1}{4} + \frac{-1}{2}$

6) $\frac{-1}{4} + 1 + \frac{2}{3} + \frac{-5}{6} + \frac{3}{4}$

7) $9\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4}$

8) $2\frac{1}{5} + 3\frac{1}{4} + 2\frac{3}{5}$

9) $\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + 2\frac{1}{4}$

10) $2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{7} + 1\frac{1}{2}$

11) $-1\frac{3}{5} + \frac{7}{10} + \left(-3\frac{4}{15}\right)$

12) $-5 + \frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}$

II. Resuelva

1) $2\frac{3}{4} - \frac{7}{8}$

2) $5\frac{3}{4} - 3\frac{1}{8}$

3) $9\frac{3}{7} - 2\frac{1}{2}$

4) $1\frac{1}{4} - \frac{3}{5}$

5) $1\frac{3}{4} - \frac{9}{16}$

6) $\frac{5}{6} - 2\frac{1}{2}$

III. Efectúa las operaciones indicadas

1) -3 2/5 - 1 3/4

2) -7/5 - 3/10

3) -3/5 - 1/5

4) 4/5 + (-1/2) - (-7/10)

5) 3 1/3 - 1 3/7 - 4/3

6) 5/2 - (3 1/2 - 5/8)

7) (3 1/4 + 2/7 - 1/28) + 1

8) -[5/6 - (3/5+1/10 -3)]-1/4

9) 2/3 - [3/4 - (7/4 + 5/6)]

10) 5/2 - {3/4 -[7/5-(3+ 1/3)]}

IV. Resuelva los siguientes problemas

1. En un tanque hay 50 3/4 litros. En otro hay 80 1/2 litros. ¿Cuántos litros hay en total? R = 131 1/4 ℓ.
2. Ernesto viajó en un carro 4/5 de kilómetro, caminó 1/3 de kilómetro. ¿Cuánto recorrió en total? R = 1 2/15 km
3. Elena compró 4/5 de libras de jamón en el supermercado. Luego compró 3 1/2 libras más. Si se comió 1/3 de libra de jamón. ¿Cuánto jamón le queda? R: 3 29/30 libras.
4. Una distribuidora de arroz realiza cuatro ventas de la siguiente manera: 5 1/2 quintales, 2 1/3 y 4 1/4 quintales ¿Cuántos quintales de arroz vendió? R. 13 5/6 quintales.

Correo: normaisabel272 @ gmail.com

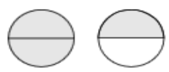
Taller # 1
Los Números Racionales

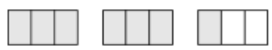
I. Indique la posición correcta en la recta numérica de los siguientes números racionales

Partiendo del dibujo, halla la fracción que representa y escribe cómo se lee.

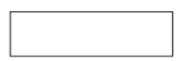
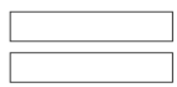
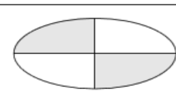
a)  → $\frac{\;}{8}$ → .... octavos

b)  → — → ....

c)  → $\frac{\;}{2}$ → .... medios

d)  → — → ....

Completa la siguiente tabla.

REPRESENTACIÓN ESCRITA	REPRESENTACIÓN NUMÉRICA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA
Cuatro quintos	$\frac{4}{5}$		______________________
			______________________
Siete quintos	$\frac{7}{5}$		______________________
			______________________

II. Determine las siguientes operaciones con números racionales

$\frac{-4}{9} - \frac{7}{3} =$	$\frac{5}{8} - \frac{7}{3} =$
$2\frac{3}{4} - 3\frac{4}{9} - 1\frac{12}{15} =$	$4\frac{3}{7} + \frac{2}{9} - \frac{5}{3} =$

III.

Expresa en forma decimal estas fracciones y ordénalas.

a) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{9}{5}$ e) $\frac{37}{30}$

Escala valorativa para Taller de Los Números Racionales

Matemática 10º ______ Comercio Total de puntos: 30 Nota final: ____________

Integrantes:_______________________________________ , _______________________________________

Desarrollo / procedimiento de cada problema de la prueba		
Indicador	**Valor**	**Puntos**
Puntualidad	**4**	
Análisis del problema (identificación de variables y método a utilizar)	**4**	
Planteamiento del problema (fórmulas)	**4**	
Desarrollo / procedimiento	**10**	
Análisis de resultados (razonamiento matemático) (gráfica)	**4**	
Limpieza y orden	**4**	
Total	**30**	

Correo: normaisabel272 @ gmail.com

Taller # 2
Los Números Racionales (Multiplicación y División)

I. Determine las siguientes operaciones con números racionales

$\frac{-2}{5} \times \frac{6}{14} \times \frac{7}{18} =$	$\frac{-5}{8} \times \frac{16}{3} \times \frac{21}{25} =$
$2\frac{7}{8} \times 3\frac{5}{7} \times 1\frac{9}{14} =$	$4\frac{3}{7} \times \frac{2}{9} \times \frac{5}{3} =$
$9\frac{1}{3} \times 5\frac{4}{7} \times 4\frac{1}{2} =$	$7\frac{8}{9} \times \frac{14}{13} \times \frac{6}{21} =$

II. Efectúe las siguientes multiplicaciones. Simplifica cada vez que sea posible.

1) $\frac{2}{3} \times \frac{6}{7} \times \frac{2}{8}$
2) $\frac{4}{5} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9}$
3) $2\frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \times 5$
4) $6 \times \frac{1}{4} \times 3\frac{1}{15}$
5) $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{6}$
6) $2\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} \times \frac{2}{7}$
7) $1\frac{2}{3} \times 3\frac{1}{4} \times 4\frac{1}{2}$
8) $\left(\frac{-7}{8}\right)\left(\frac{-4}{5}\right)\left(\frac{-2}{3}\right)$
9) $\frac{-2}{3}\left(\frac{5}{4} - 7\right)$
10) $\left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7}\right)\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{3}\right)$
11) $-4\left(3 - \frac{3}{5}\right) + 2\left(4 - \frac{3}{4}\right)$
12) $\left(\frac{3}{4} - \frac{8}{9} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{-3}{2}\right)$
13) $-7\left(\frac{5}{14} + \frac{6}{21}\right) - 8\left(\frac{7}{35} + \frac{4}{7}\right)$
14) $\frac{3}{5}\left[\frac{8}{9} + \frac{1}{9}\right] - \frac{2}{5}\left[\frac{4}{7} + \frac{2}{7}\right]$

III. Determine las siguientes operaciones con números racionales

$\frac{-3}{7} \div \frac{6}{5} =$	$\frac{5}{8} \div \frac{3}{4} =$
$4\frac{5}{6} \div \left[-2\frac{1}{5} \div 1\frac{13}{12}\right] =$	$2\frac{1}{5} \div \frac{1}{7} \div \frac{3}{4} =$
$7\frac{1}{3} \div 3\frac{4}{9} \div 1\frac{12}{15} =$	$6\frac{9}{2} \div \left[5\frac{3}{7} \div \frac{12}{15}\right] =$

IV. Divida.

1) $\left(\frac{3}{1} \div \frac{4}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{7}\right)$
2) $\frac{5}{9} \div \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{4}\right)$
3) $\left(\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}\right)$
4) $\left(\frac{5}{8} \div \frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{1}{3} \div \left(\frac{1}{7} \div \frac{1}{4}\right)\right)$
5) $\left(\frac{25}{18} \div \frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{2}{3} \div \frac{8}{15}\right)$
6) $4\frac{5}{6} \div \left(-2\frac{1}{5}\right)$

V. Efectua las siguientes divisiones. Simplifica cada vez que sea posible

1) $\frac{4}{7} \div \frac{2}{7}$
2) $\frac{-5}{8} \div 4\frac{1}{2}$
3) $5\frac{2}{5} \div \left(2\frac{1}{2}\right)$
4) $\frac{-4}{7} \div \frac{7}{4}$
5) $10 \div \frac{2}{15}$
6) $\frac{-11}{24} \div 4$
7) $6\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{4}$
8) $6\frac{1}{6} \div 3\frac{1}{4}$
9) $3\frac{1}{3} \div \left(\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}\right)$
10) $\frac{5}{6} \div \frac{10}{24}$
11) $5\frac{1}{4} \div 5$
12) $\left(\frac{1}{3} \times 7\frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{-5}{4}\right)$

Correo: normaisabel272 @ gmail.com

VI. Efectua las siguientes divisiones y simplifica los resultados.

1) $\left(7-\frac{1}{3}\right)\div\left(\frac{13}{3}\right)$ **3)** $\left(1+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\div\ \frac{3}{4}$ **5)** $\left(\left(-\frac{2}{5}-2\right)-\left(\frac{1}{2}\text{ x }2\right)\div 3\right)\div \mathbf{100}$ **7)** $\left(-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}-\frac{6}{5}\right)\div\left(\frac{-2}{5}+\frac{8}{3}\right)$

2) $\left(\frac{5}{2}-\frac{2}{3}\right)\div\left(\frac{5}{6}\right)$ 4) $\left(\frac{11}{4}-5-\frac{2}{3}\right)\div(-3)$ **6)** $\left(\frac{3}{8}\text{ x }\left(-4\frac{4}{5}\right)\right)\div\left(-2\text{ x }\left(\frac{-1}{7}\right)\right)$ 8) $3\div\left(\left(7+\frac{2}{5}\right)\left(3-\frac{3}{4}\right)\right)$

Escala valorativa para Taller de Los Números Racionales (Multiplicación y División)

Matemática 10º ______ Comercio Total de puntos: 40 Nota final: ____________

Integrantes:_______________________________________ , ____

Desarrollo / procedimiento de cada problema de la prueba		
Indicador	**Valor**	**Puntos**
Puntualidad	4	
Análisis del problema (identificación de variables y método a utilizar)	4	
Planteamiento del problema (fórmulas)	4	
Desarrollo / procedimiento	20	
Análisis de resultados (razonamiento matemático) (gráfica)	4	
Limpieza y orden	4	
Total	**40**	

Correo: normaisabel272 @ gmail.com

Tema N°2

Potenciación y Radicación de Números Racionales

POTENCIACIÓN

La expresión

$\left(\frac{a}{b}\right)^n$ Se denomina potencia con base $\frac{a}{b}$ y exponente n.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \ldots \ldots \frac{a}{b}$$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN EN LOS RADICALES.

1. $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$
2. $\frac{1}{a} = a^{-1}, a \neq 0$
3. $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ con n negativo es igual a $\left(\frac{b}{a}\right)^n$ con n positivo.
4. $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \left(\frac{c}{d}\right)^n$
5. $\left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n$

Ejemplos

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2+3} = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3\ .\ 3\ .\ 3\ .\ 3\ .\ 3}{4\ .\ 4\ .\ 4\ .\ 4.\ 4}$$

b. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \quad \left(\frac{9}{10}\right)^2$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^2 = \frac{5^3}{3^3} \cdot \frac{9^2}{10^2} = \frac{5^3}{3^3} \cdot \frac{(3\ .3)^2}{(5\ .2)^2}$$

$$\frac{5^3}{3^3} \cdot \frac{3^2\ .\ 3^2}{5^2\ .\ 2^2} = \frac{5\ .\ 3}{2^2} = \frac{15}{4}$$

Correo: normaisabel272 @ gmail.com

RADICACIÓN

El concepto de radicación de números enteros estudiado en el capítulo correspondiente sigue siendo válido en el conjunto de los números racionales. Así:

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{p}{q}$ si y solamente si $\left(\frac{p}{q}\right)^n = \frac{a}{b}$

EJEMPLO

Hallar, si es posible, las raíces indicadas de cada uno de los siguientes números racionales.

a. $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

Es una raíz impar de continuidad subradical positiva. Por lo tanto es positiva. La ley de los signos caso 1. Así,

$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$

Se aplican las reglas para hallar la raíz de un número racional.

b. $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \pm\frac{1}{4}$

Es una raíz par de cantidad subradical positiva por lo tanto tiene doble raíz. La ley de los signos caso 3 así.

c. $\sqrt{-\frac{9}{4}}$

Es una raíz par de cantidad subradical negativa, por lo tanto no existe en Q

Correo: normaisabel272 @ gmail.com

Taller # 3
Los Números Racionales (Radicación y Potenciación)

1. Halla las siguientes potencias.

a. $\left(\frac{6}{5}\right)^2$ **d.** $\left(\frac{1}{3}\right)^4$ **g.** $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ **j.** $\left(-\frac{5}{4}\right)^{-1}$

b. $\left(\frac{3}{2}\right)^5$ **e.** $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$ **h.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ **k.** $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ **f.** $\left(\frac{3}{5}\right)^3$ **i.** $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-3}$ **l.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$

---

2. Simplifica las siguientes expresiones aplicando la ley de signos y las propiedades necesarias. Expresa el resultado en forma de potencia indicada, bases y exponentes positivos.

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^9$ **d.** $\left(\frac{9}{5}\right)^{-7}$ **g.** $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-8}$ **j.** $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-8}$

b. $\left(\frac{5}{7}\right)^8$ **e.** $\left(-\frac{7}{3}\right)^4$ **h.** $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-9}$ **k.** $(-9)^{-11}$

c. $\left(-\frac{3}{4}\right)^{10}$ **f.** $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-5}$ **i.** $(-5)^{-6}$ **l.** $\left(-\frac{3}{4}\right)^{15}$

---

3. Realiza las operaciones indicadas y escribe el resultado con bases y exponentes positivos.

a. $\left(\frac{5}{8}\right)^9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$ **d.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{3}\right)^2$ **g.** $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \div \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$

b. $\left(\frac{7}{4}\right)^6 \div \left(\frac{7}{4}\right)^{-2}$ **e.** $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-5}$ **h.** $\left(\frac{3}{7}\right)^{-3} \div \left(\frac{7}{3}\right)^3$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0$ **f.** $\left(\frac{5}{6}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)^2$ **i.** $\left(-\frac{9}{7}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{7}\right)^4$

---

a. $\sqrt{\frac{81}{25}}$

b. $\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$

c. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$

d. $\sqrt[4]{-\frac{1}{81}}$

e. $\sqrt[4]{\frac{625}{81}}$

g. $\sqrt{\frac{5}{2}}$

h. $\sqrt{(-4)^2}$

i. $\sqrt[5]{(2)^{-5}}$

j. $\sqrt[3]{\left(-\frac{5}{6}\right)^{-3}}$

k. $\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^4}$

l. $\sqrt[4]{\frac{81}{10.000}}$

m. $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$

n. $\sqrt[5]{-\frac{32}{343}}$

o. $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

p. $\sqrt[6]{-\frac{1}{64}}$

Escala valorativa para Taller de Los Números Racionales (Potenciación y Radicación)

Matemática 10º ______ Comercio Total de puntos: 30 Nota final: ____________

Integrantes:____ , ____

Desarrollo / procedimiento de cada problema de la prueba		
Indicador	**Valor**	**Puntos**
Puntualidad	4	
Análisis del problema (identificación de variables y método a utilizar)	4	
Planteamiento del problema (fórmulas)	4	
Desarrollo / procedimiento	10	
Análisis de resultados (razonamiento matemático) (gráfica)	4	
Limpieza y orden	4	
Total	**30**	

Fecha de Entrega de talleres

Taller # 1 y Taller # 2:   Asignados previamente. (Grupo de 2 estudiantes
Fecha de entrega final: 20 de Marzo de 2020

Taller # 3 Individual. Fecha de entrega: 25 de Marzo de 2020